



南京邮电大学 2023/2024 学年第二学期

《高等数学A(I)下》期末试卷A

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										

得分

 一、选择题（本大题分 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1、设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^4 + y^4}}, & (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 则在点 $O(0, 0)$ 处 ()

(A) 连续，偏导不存在 (B) 偏导存在，不连续 (C) 可微 (D) 偏导数连续

2、设 $f(x, y)$ 连续，交换二次积分 $\int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy$ 的积分次序得 ()

(A) $\int_1^e dy \int_0^{\ln x} f(x, y) dx$ (B) $\int_e^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$

(C) $\int_0^1 dy \int_e^1 f(x, y) dx$ (D) $\int_0^{\ln x} dy \int_1^e f(x, y) dx$

3、 Σ 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 介于 $z = 0$ 及 $z = 1$ 之间的部分，则 $\oiint_{\Sigma} z dS =$ ()

(A) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \rho^3 d\rho$ (B) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \rho^2 d\rho$

(C) $\sqrt{2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \rho^2 d\rho$ (D) $\sqrt{2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \rho^3 d\rho$

4、已知函数 $f(z) = x^2 - y^2 + 2xy + i(y^2 + 2xy + ax^2)$ 在复平面上处处解析，则实数 $a =$ ()

(A) -1 (B) -2 (C) 1 (D) 2

5、设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-1)^n$ 在 $x = -3$ 处收敛，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n (x-1)^{n-1}$ 在 $x = 3$ 处 ()

(A) 发散 (B) 条件收敛 (C) 绝对收敛 (D) 无法判断

得分

 二、填空题（本大题分 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

1、由方程 $2xz + z^3 - xy^2 = 2$ 所确定的函数 $z = z(x, y)$ 在 $(1, 1, 1)$ 点的全

微分 $dz =$ _____

2、函数 $u = \ln(x + \sqrt{y^2 + z^2})$ 在 $A(1,0,1)$ 处沿点 A 指向点 $B(3,-2,2)$ 方向的方向导数为 _____。

3、设 L 是圆周 $(x-a)^2 + y^2 = a^2 (a > 0)$, 则 $\oint_L x \, ds =$ _____

4、设 $f(x) = \begin{cases} \pi & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$, $s(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$, 其中 $b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx \, dx$, 则

$s(-\frac{\pi}{2}) =$ _____, $b_3 =$ _____.

5、将 $f(z) = \frac{1}{(z-2)(z-3)}$ 在区域 $1 < |z-3| < +\infty$ 内展开成洛朗级数 _____

得分

三、(本题 8 分) 设 $z = f(x-2y) + g(xy, \frac{y}{x})$, 其中函数 $f(t)$ 二阶可导,

$g(u, v)$ 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

得分

四、(本题 7 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$ 的收敛域与和函数。



六、(本题 8 分) 求二重积分 $\iint_D \sqrt{8-x^2-y^2} dx dy$, 其中 $D: x^2+y^2 \leq 8, y \geq 0$



七、(本题 7 分) 计算 $\int_C (e^x \cos y + 2xy^2) dx + (2x^2y - e^x \sin y) dy$, 其中 C 为抛物线 $x = \frac{\pi}{4}y^2$ 上从点 $A(0,0)$ 到点 $B(\pi, 2)$ 的一段弧。



七、本大题分两小题 (每题 7 分, 共 14 分)

1、计算 $\iiint_{\Omega} z dx dy dz$, 其中 Ω 是旋转抛物面 $z = 4 - (x^2 + y^2)$ 与平面 $z = 0$ 所围的闭区域。

2、判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n - \ln n}$ 的敛散性, 若收敛, 则说明是绝对收敛还是条件收敛。

敛。



八、(本题 8 分) 计算

$$\iint_{\Sigma} (x^3 + az^2) dy dz + (y^3 + ax^2) dz dx + (z^3 + ay^2) dx dy, \text{ 其中 } \Sigma \text{ 为上半}$$

球面 $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$ ($a > 0$) 的上侧。



九、(本题 8 分) 计算复积分 $\oint_C \frac{e^z}{z(z-1)^2} dz$, 其中 C 为正向圆周

$$|z| = 2.$$



十、(本题 5 分) 已知平面区域 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi\}$, L 为 D 的正向边界, 证明:

$$(1) \oint_L x e^{\sin y} dy - y e^{-\sin x} dx = \oint_L x e^{-\sin y} dy - y e^{\sin x} dx;$$

$$(2) \oint_L x e^{\sin y} dy - y e^{-\sin x} dx \geq \frac{5}{2} \pi^2.$$

自觉遵守考试规则, 诚信考试, 绝不作弊