

得 分

1、积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \theta \int_0^{\cos \theta} f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) \rho d\rho$ 可以写成 ()

$$(C) \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx \quad (D) \int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$$

第一象限部分, 则积分 $\iint_D (xy + \cos x \sin y) dx dy$ ()

(C) $2 \iint_D \cos x \sin y \, dx \, dy$ (D) 0

线的三个方向角, 则积分 $\oiint_{\Sigma} (x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma) dS =$ ()

(A) 0 (B) $-3V$ (C) $3V$ (D) V

4、设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，则下列级数中一定收敛的是 ()

$$(A) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n u_n}{\sqrt{n}} \quad (B) \quad \sum_{n=1}^{\infty} u_{2n} \quad (C) \quad \sum_{n=1}^{\infty} u_n^1 \quad (D) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (u_n + u_{n+1})$$

5、微分方程 $y'' - 2y' + 2y = e^x \cos x$ 的特解形式为 ()

$$(A) \quad y = xe^x(a \cos x + b \sin x) \qquad (B) \quad y = e^x(a \cos x + b \sin x)$$

(C) $y = ax^2 e^x \sin x$

(D) $y = e^x (ax + b) \cos x$

得 分

二、填空题（本大题分 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

1、 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $\int_1^z e^{-u^2} du + \sin(x - 2y) = 0$ 所确定的隐函数， 则

$dz|_{(0,0)} =$ _____.

2、 设曲线 Γ 为圆周 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = a^2, \\ x + y + z = 0, \end{cases}$ 则曲线积分 $\oint_{\Gamma} (x^2 + y^2 + z^2) ds =$ _____.

3、 设 Ω 是 $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$ 所围的区域， 则 $\iiint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dv =$ _____

4、 $\ln(1 + \sqrt{3} i) =$ _____.

5、 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \frac{1}{4}$ ， 则幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^{2n-1}$ 的收敛半径 $R =$ _____.

得 分

三、（本题 8 分） 在椭球面 $2x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ 上求一点， 使得函数

$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ 在该点沿方向 $\vec{l} = (1, -1, 0)$ 的方向导数最大.

得 分

四、（本题 7 分)计算二重积分 $\iint_D \sin x^3 dx dy$, 其中 D 是由 $x = \sqrt{y}, x = 1, y = 0$ 所

围成的闭区域.

得 分

五、（本题 7 分） 计算曲线积分 $\int_L \sqrt{x^2+y^2} \, dx+y\ln(x+\sqrt{x^2+y^2})\, dy$ ， 其中 L 是 $y=\sin x \, (\pi \leq x \leq 2\pi)$ 沿 x 增大方向的一段曲线.

得 分

六 、（本题 8 分）
 计算 $\iint_{\Sigma} (y^2+xz^2)\, dy\, dz+(z^2-x)\, dz\, dx+(x^2-y)\, dx\, dy$ 其中 Σ 是锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2} \, (0 \leq z \leq h)$ 的下侧.

得 分

七 、（本题 15 分， 第一小题 7 分， 第二小题 8 分）
 (1) 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$ 的收敛域与和函数.

(2) 将函数 $f(x)=x^2 \, (-\pi \leq x \leq \pi)$ 展开傅里叶级数.

得 分

八、(本题 15 分, 第一小题 7 分, 第二小题 8 分)

1、函数 $f(z) = x^2 - y - x + i(2xy - y^2)$ 在何处可导, 何处解析?

2、计算复积分 $\oint_C \frac{e^z}{(z^2 + 1)^2} dz$, 其中 C 为正向圆周 $|z| = 2$.

得 分

九、(本题 5 分) 设 $f(x)$ 是在 $(-\infty, +\infty)$ 内的可微函数, 且 $|f'(x)| < mf(x)$, 其

中 $0 < m < 1$. 任取实数 a_0 , 定义 $a_n = \ln f(a_{n-1})$, $n = 1, 2, \dots$, 证明:

$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n-1})$ 绝对收敛.