



扫一扫加我为好友

南京邮电大学 2023/2024 学年第二学期

《高等数学 A (II) 下》期末试卷 A

专业 _____ 班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 微分方程 $y'' + 4y = \sin 2x$ 的特解形式可设为 ()

- (A) $a \sin 2x$ (B) $a x \sin 2x$
(C) $a \cos 2x + b \sin 2x$ (D) $x(a \cos 2x + b \sin 2x)$

2. 设函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x, y) 处可微, 下列结论不正确的是 ()

- (A) $f(x, y)$ 在点 (x, y) 连续 (B) $f(x, y)$ 在点 (x, y) 某邻域内有界
(C) $f'_x(x, y)$ 与 $f'_y(x, y)$ 都连续 (D) $f'_x(x, y)$ 与 $f'_y(x, y)$ 都存在

3. 曲线 $\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ z = x^2 \end{cases}$ 上点 $M(1, 1, 1)$ 处的法平面方程是 ()

- (A) $2x + y + 4z - 7 = 0$ (B) $2x - y - 4z + 3 = 0$
(C) $2x - y + 4z - 5 = 0$ (D) $-2x + y - 4z - 5 = 0$

4. 设 L 是圆周 $x^2 + y^2 = 1$, 则 $\oint_L (x^2 + y^2) ds =$ ()

- (A) 0 (B) π (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) 2π

5. Σ 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 在柱面 $x^2 + y^2 = 2x$ 内的部分, 则 $\iint_{\Sigma} z dS =$ ()

- (A) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \rho^3 d\rho$ (B) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \rho^2 d\rho$

(C) $\sqrt{2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \rho^3 d\rho$

(D) $\sqrt{2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \rho^2 d\rho$

二、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1. 微分方程 $(1 + e^x)yx' = e^x$ 的通解为 _____

2. 交换二次积分 $\int_0^1 dy \int_y^1 f(x, y) dx$ 的积分次序为 _____

3. 在球面坐标下化三重积分 $\iiint_{\Omega} f(x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$ 为三次积分, 其中 Ω 由曲

面 $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ 及 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 所围成的闭区域

4. 设 $z = z(x, y)$ 由 $e^x - yz = 0$ 所确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ _____

5. 设 $f(x) = \frac{x - \pi}{2} (0 \leq x \leq \pi)$, $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$, 其中 $b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx dx$, 则 $S(\frac{1}{2}\pi) =$ _____

三、(本题 7 分) 设 $z = f(x^2 - y^2, xy)$, 其中 f 具有一阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

四、计算下列积分或极限 (共 28 分)

1. (本题 6 分) 计算 $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi r^2} \iint_D e^{x^2 + y^2} \cos(x + y) dx dy$, 其中 D 是圆域

$x^2 + y^2 \leq r^2$.

2. (本题7分) 计算 $\iint_D (x+y) dx dy$, 其中 D 是圆域 $x^2 + y^2 \leq 2Rx$.

3. (本题7分) 计算 $\int_L (2xy^3 - y^2 \cos x) dx + (1 - 2y \sin x + 3x^2 y^3) dy$, 其中 L 为从 $O(0,0)$ 沿 $y = \sin x$ 到 $A(\frac{\pi}{2}, 1)$ 的一段弧.

4. (本题8分) 计算 $\iiint_{\Sigma} (5x + z^2) dy dz + (-2y + x^2) dz dx - 2z dx dy$, 其中 Σ 为曲面 $x^2 + y^2 = 1 - z$, $(0 \leq z \leq 1)$ 的上侧.

得分

五. (本题8分) 将 $f(x) = \ln(1+x+x^2)$ 展开成 x 的幂级数, 并求收敛域.

得分

六. (本题8分) 求微分方程 $y'' - 2y' - 3y = xe^{x+1}$ 的通解.

得分

七. (本题9分) 设 $u = f(r)$, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 在 $r > 0$ 满足 Laplace 方程, $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$, 其中 $f(r)$ 二阶可导, 且 $f(1) = f'(1) = 1$.

(1) 证明, Laplace 方程可化为以 r 为自变量的常微分方程 $f''(r) + \frac{2}{r} f'(r) = 0$;
(2) 求出 $f(r)$.

得分

八. (本题5分) 已知函数 $f(x)$ 可导, 且 $f(0) = 1, 0 < f'(x) < \frac{1}{2}$, 设数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_{n+1} = f(x_n)$, 证明: 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (x_{n+1} - x_n)$ 绝对收敛.

自
发
通
守
考
试
规
则
;
试
卷
内
不
要
答
题
;
绝
不
作
弊