

实验名称 扭摆法测量物体的转动惯量

实验目的：

- ① 用扭摆测定弹簧的扭转常数
- ② 用扭摆法测定几种不同形状的转动惯量
- ③ 验证转动惯量的平行轴定理

实验仪器：

扭摆、转动惯量周期测试仪，金属圆筒，塑料圆桶付，金属细杆，金属滑块，游标卡尺，卷尺，电子秤等

实验原理：

一、扭摆的简谐运动

将物体在水平面内转过一定角度后，在弹簧的恢复力矩作用下，物体开始绕垂直轴做往返扭转运动

根据胡克定律弹簧受扭转而产生的恢复力矩 M 与所转过角度成正比，即 $M = -k\theta$ ， k 为扭转常数。由转动定律

$M = I\beta = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$ 得 $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{k}{I}\theta$ ，令 $\omega^2 = \frac{k}{I}$ ，忽略轴承的摩擦力矩，则有 $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0 \Rightarrow \theta = \theta_m \cos(\omega t + \varphi)$

在式中 θ_m 为简谐运动的角振幅， φ 为初相位， ω 为角频率。其振动的周期为 $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}}$

得 $I = \frac{T^2 k}{4\pi^2}$

在实验中, 需测得物体转动的角加速度, 且已知长圆球
得物体的转动惯量

K 是未知量, 在实验中利用塑料圆筒转动惯量的理论
值作为已知条件来求得 K 值

二、验证平行轴定理

若质量为 m 的物体绕通过其质心轴的转动惯量为
 I_c , 当转轴平行移动距离 x 时, 则此物体对新轴的转动惯
量 $I = I_c + mx^2$ 。实验中采用一根长直金属棒和两个质量相同的小
滑块来验证这一定理。

实验步骤:

- ① 测量圆柱体、圆筒、细杆和滑块的质量、尺寸
- ② 测量载物盘和圆柱体转动周期 T_1 和 T_2 ，利用圆柱体转动惯量的理论值 I_1 ，计算出弹簧扭转常数 K
- ③ 调整扭摆处于水平，装上金属载物盘，调整红外光电接收装置的高度和位置，并检查挡光杆是否在挡光。设置计数器测量的周期数，将金属载物盘转过一定角度后，放手使其摆动记录 T 。测量圆柱体直径 D ，测量 T_1 ， $K = \frac{4\pi^2 I_1}{T_1^2}$
- ④ 测量金属圆筒和细杆的转动周期 T_2 和 T_3 ，计算出转动惯量 I_2 、 I_3 ，并验证平行轴定理

实验数据表格及数据处理:

物体	尺寸 mm	10T ₁ (s)	10T ₂ (s)	10T ₃ (s)	平均 T ₀	质量/kg
载物盘	—	7.231	7.231	7.231	0.7231	—
圆柱体	D=100.00	13.270	13.278	13.278	1.3275	0.891
金属圆筒	D _外 =100.00 D _内 =93.93	14.917	14.918	14.918	1.4918	0.650
金属细杆	L=610.0	20.347	20.346	20.346	2.0346	0.134

$$\bar{T}_0 = (7.231 + 7.231 + 7.231) \div 3 = 0.7231 \text{ s} \quad \bar{T}_1 = (13.270 + 13.278 + 13.278) \div 3 = 1.3275 \text{ s}$$

$$\bar{T}_2 = (14.917 + 14.918 + 14.918) \div 3 = 1.4918 \text{ s} \quad \bar{T}_3 = (20.347 + 20.346 + 20.346) \div 3 = 2.0346 \text{ s}$$

$$\bar{D}_{\text{外}} = (100.00 + 100.00 + 100.00) \div 3 = 100.00 \text{ mm} \quad \bar{D}_{\text{内}} = (94.00 + 93.80 + 94.00) \div 3 = 93.93 \text{ mm}$$

圆柱体:

$$I_1 = \frac{1}{8} m D^2 = \frac{1}{8} \times 0.891 \times (0.10000)^2 = 1.138 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\text{金属圆筒: } I_2 = \frac{1}{8} m (\bar{D}_{\text{外}}^2 + \bar{D}_{\text{内}}^2) = \frac{1}{8} \times 0.650 \times (0.10000^2 + 0.09393^2) = 1.528 \times 10^{-3}$$

$$\text{金属细杆: } I_3 = \frac{1}{12} m L^2 = \frac{1}{12} \times 0.134 \times (0.6100)^2 = 4.115 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

利用圆柱体理论值和周期联立求解: $K = 4\pi^2 \frac{I_1}{T_1^2 - T_0^2}$

$$T_1^2 = 1.3275^2 = 1.7623 \text{ s}^2 \quad T_0^2 = 0.7231^2 = 0.5229 \text{ s}^2 \quad T_1^2 - T_0^2 = 1.2393 \text{ s}^2$$

$$K = 4\pi^2 \times \frac{1.138 \times 10^{-3}}{1.2393} = 39.478 \times \frac{1.138 \times 10^{-3}}{1.2393} = 3.5490 \times 10^{-2}$$

$$\text{空盘转动惯量 } I_0: T_0 = \frac{K I_0^2}{4\pi^2} = \frac{3.5490 \times 10^{-2} \times I_0^2}{39.478} = 4.701 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\text{百分差: } \delta = \frac{K I_1^2}{4\pi^2} - I_0$$

$$\text{圆柱体: } I_1 = \frac{3.5490 \times 10^{-2} \times 1.7623}{39.478} - 4.701 \times 10^{-4} = 1.135 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$\eta_1 = \frac{1.135 - 1.138}{1.1381} \times 100\% = 0.03\%$$

金属圆筒: $T_2 = 1.4918 \text{ s} = 2.221 \text{ s}^2$ $I_2 = \frac{3.549 \times 10^{-2} \times 2.221}{39.478} - 4.79 \times 10^{-4} = 1.5299 \times 10^{-3} \text{ kg}$

$$\eta_2 = \frac{1.5299 - 1.5251}{1.5251} \times 100\% = 0.03\%$$

金属细杆: $T_3 = 2.0346 \text{ s} = 4.1396 \text{ s}^2$ $I_3 = \frac{3.549 \times 10^{-2} \times 4.1396}{39.478} - 4.79 \times 10^{-4} = 4.216 \times 10^{-3} \text{ kg}$

$$\eta_3 = \frac{4.216 - 4.125}{4.125} \times 100\% = 2.32\%$$

验证平行轴定理: 滑块 $m = 0.234 \text{ kg}$ $D_{\text{外}} = 35.00 \text{ mm}$ $D_{\text{内}} = 6.34 \text{ mm}$ $L_1 = 33.00$

滑块自身转动惯量: $I_4 = 2 \left[\frac{1}{12} m_0 (D_{\text{外}}^2 + D_{\text{内}}^2) + \frac{1}{2} m_0 L_1^2 \right]$
 $= 2 \left[\frac{1}{12} \times 0.234 \times (0.035^2 + 0.00634^2) + \frac{1}{2} \times 0.234 \times 0.033^2 \right]$
 $= 2 \times 3.9873 \times 10^{-5} = 7.967 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$$I' = 3.216 \times 10^{-3} + 7.967 \times 10^{-5} + 2 \times 0.234 \times X^2 \quad \text{将 } X = 5, 10, 15, 20, 25 \text{ 代入求}$$

得 $I'_{0.5} = 5.502 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ $I'_{10} = 7.993 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ $I'_{15} = 13.863 \times 10^{-3} \text{ kg}$

$$I'_{20} = 22.053 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad I'_{25} = 32.581 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\eta_5 = \frac{13.434 - 5.502}{5.502} \times 100\% = 1.2\% \quad \eta_{10} = \frac{19.0391 - 7.993}{7.993} \times 100\% = 1.3\%$$

$$\eta_{15} = \frac{14.491 - 13.863}{13.863} \times 100\% = 7.8\% \quad \eta_{20} = \frac{12.5152 - 22.053}{22.053} \times 100\% = 5.5\%$$

$$\eta_{25} = \frac{133.886 - 32.581}{32.581} \times 100\% = 3.9\%$$

实验结果及讨论:

