

南京邮电大学 2016/2017 学年第二学期

《概率统计和随机过程》期末试卷 (A)

院(系)_____ 班级_____ 学号_____ 姓名_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

备查数据: $z_{0.025} = 1.96, z_{0.05} = 1.645, t_{0.025}(8) = 2.306, t_{0.025}(9) = 2.262, \chi_{0.05}^2(10) = 18.307$

得分

一、填空题 (共 36 分, 每格 3 分)

1. 设 $P(A) = 0.4, P(B) = 0.3$, 若 A 与 B 相互独立, 则 $P(A \cup B) =$ _____

2. 把 6 本不同的书任意放在书架上, 则其中指定的三本放在一起的概率为 _____

3. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)$, 则 $Y = |X|$ 的概率密度 $f_Y(y) = \begin{cases} \text{_____}, & y > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

4. 已知二维连续型随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} e^{-x}, & 0 < y < x \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 在条件 $X = x$

$(x > 0)$ 下, 当 $0 < y < x$ 时, $f_{Y|X}(y|x) =$ _____

5. 将一枚硬币独立地抛 20 次, 用 X 表示正面向上的次数, 则 $E(X^2) =$ _____

6. 随机变量 (X, Y) 的协方差矩阵为 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, 则 $\text{Cov}(X+Y, X-2Y) =$ _____

7. 设随机变量 $X \sim U(2, 6)$, 则由切比雪夫不等式有 $P(|X-4| \leq 2) \geq$ _____

8. 设在总体 $N(\mu, 1)$ 中抽取一容量为 11 的样本, 其中 μ 未知, 则 $P(S^2 \leq 1.8307) =$ _____

9. 设 $X_1, X_2, \dots, X_5$ 是来自正态总体 $N(\mu, 0.05)$ 的简单随机样本, $\bar{x} = 15.06$, 则总体均值 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间为 _____

10. 设 $\{X(t), t \geq 0\}$ 是强度为 λ 的泊松过程, 且对于任意 $t > s \geq 0$, 有 $E[X(t) - X(s)] = 2(t-s)$, 则 $P(X(3) = 5 | X(1) = 2) =$ _____

11. 设 $\{X(t), t \geq 0\}$ 是参数为 $\sigma^2 = 2$ 的维纳过程, 则 $C_X(3, 4) =$ _____

12. 已知平稳过程 $X(t)$ 的自相关函数为 $R_X(\tau) = \cos(2\tau)$ ，则 $S_X(\omega) =$ _____

得 分

二、有两箱同类的零件，第一箱装 10 只，其中 6 只一等品；第二箱装 8 只，其中有 4 只一等品，今从两箱中任挑一箱，然后从该箱取一只零件。(1) 求取到的零件是一等品的概率？(2) 在取到的零件是一等品的条件下，从第一箱中取零件的概率是多少？(10 分)

得 分

三、设随机变量 X 服从参数 $\lambda=1$ 的指数分布，且 $U = \begin{cases} 0, & X \leq 1 \\ 1, & X > 1 \end{cases}$ ， $V = \begin{cases} 0, & X \leq 2 \\ 1, & X > 2 \end{cases}$ ，试求 (U, V) 的分布律，并判断 U, V 是否独立。(8 分)

得 分

四、设二维连续型随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 12y^2, & 0 < y < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，求协方差 $\text{Cov}(X, Y)$ ，并判断 X, Y 是否相关。(8 分)

得 分

五、设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 其中参数 $\lambda (\lambda > 0)$ 未知,

$X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本. 求参数 λ 的矩估计和最大似然估计. (10 分)

得 分

六、根据长期资料分析, 钢筋强度服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 今测得 9 炉钢的钢筋强度为 51.5, 样本标准差 $s = 3.66$, 问在 $\alpha = 0.05$ 下, 能否认为其强度的均值为 52? (8 分)

得 分

七、已知马尔可夫链的状态空间为 $I = \{0,1,2\}$ ，初始分布为 $(1/4, 1/2, 1/4)$ ，

一步转移概率矩阵为 $P = \begin{pmatrix} 3/4 & 1/4 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 3/4 & 1/4 \end{pmatrix}$ ，(1) 此链是否具有遍历性？若

有求出平稳分布；(2) 求 $P\{X_0 = 0, X_2 = 2, X_3 = 1\}$. (10 分)

得 分

八、随机过程 $X(t) = A\sin(\omega t + \Theta)$, $-\infty < t < \infty$ 其中 ω 是常数， A 与 Θ 相互独立，

$A \sim N(0, 2)$ ， $\Theta \sim U(0, 2\pi)$ 。(1) 证明 $X(t)$ 是平稳过程；(2) 证明 $X(t)$ 的均值具

有各态历经性. (10 分)

自
觉
遵
守
考
试
规
则
；
诚
信
考
试
，
绝
不
作
弊