

《概率论与数理统计》复习参考资料

授课教师：杨 峰 （函授总站高级讲师）

强烈建议同志们以《综合练习》为纲，仔细掌握其中的所有习题内容！

全书复习范围：第一、二、三、四、七、八、九、十一章

各章复习范围：

[第一章](#) § 1.1——§ 1.5 节都要复习

[第二章](#) 只要求 § 2.1、§ 2.2

[第三章](#) 只要求 § 3.1、§ 3.2、§ 3.2 之方差

[第四章](#) 该章重点在 § 4.1、§ 4.6，简单了解 § 4.3、§ 4.4

第七章 简单了解——总体、样本、样本容量、统计量（样本均值、样本（均）方差）这几个基本概念即可

[第八章](#) 简单了解 § 8.1，重点复习 § 8.3

[第九章](#) 重点复习 § 9.3，其余不必

[第十一章](#) 会求变量 y 相对于变量 x 的回归直线方程即可

[附录一](#) 南邮印发《综合练习题与答案》中的部分错误之修正

注意：要打印的同志如果观察到本资料后面几页有些式子重叠或混乱，是因为您的计算机操作系统不同或所用 Office 软件（WORD）版本不同的缘故，又或者是有无安装“Microsoft 公式 3.0”的问题。故建议您仔细观察、逐页打印，特别注意第八章后面的几页，如果有些式子还是重叠或混乱，可选中后按上、下箭头键自行移动修正至整齐后再打印。敬请留意！（我这个文档是在 WIN98 下用 WORD2000 编辑，个别对象是从我的 Powerpoint 课件中粘贴过来的）另：**考试时允许携带计算器**

第一章 随机事件及其概率

§ 1.1 随机事件

一、给出事件描述，要求用运算关系符表示事件：

典型例题：《综合练习》第一大题之 1，其中第一个空应填： $A \bar{B} \bar{C}$
第二大题之 1（正确答案应选 C）

二、给出事件运算关系符，要求判断其正确性：

典型例题：《综合练习》第二大题之 2，答案 D 应为

$$A \cup B \cup C = \Omega - \bar{A} \bar{B} \bar{C}$$

§ 1.2 概率

古典概型公式： $P(A) = \frac{A \text{ 所含样本点数}}{\Omega \text{ 所含样本点数}}$

实用中经常采用“排列组合”的方法计算（未学过的同志请自学初等数学的这部分内容）

补例 1：将 n 个球随机地放到 n 个盒中去，问每个盒子恰有 1 个球的概率是多少？解：设 A ：“每个盒子恰有 1 个球”。求： $P(A)=?$

Ω 所含样本点数： $n \cdot n \cdot \dots \cdot n = n^n$

A 所含样本点数： $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1 = n!$

$$\therefore P(A) = \frac{n!}{n^n}$$

补例 2：将 3 封信随机地放入 4 个信箱中，问信箱中信的封数的最大数分别为 1、2、3 的概率各是多少？

解：设 A_i ：“信箱中信的最大封数为 i ”。($i=1,2,3$)求： $P(A_i)=?$

Ω 所含样本点数： $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 = 64$

A₁ 所含样本点数： $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

$$\therefore P(A_1) = \frac{24}{64} = \frac{3}{8}$$

A₂ 所含样本点数： $C_3^2 \cdot 4 \cdot 3 = 36$

$$\therefore P(A_2) = \frac{36}{64} = \frac{9}{16}$$

A₃ 所含样本点数： $C_3^3 \cdot 4 = 4$

$$\therefore P(A_3) = \frac{4}{64} = \frac{1}{16}$$

《综合练习》中的典型例题：《综合练习》第二大题之 6、7、9

第二大题之 1、2

注：由概率定义得出的几个性质：

1、 $0 < P(A) < 1$

2、 $P(\Omega) = 1$, $P(\Phi) = 0$

§ 1.3 概率的加法法则

定理：设 **A、B** 是**互不相容**事件 ($AB = \Phi$)，则：

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

推论 1：设 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 互不相容，则

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

推论 2：设 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 构成完备事件组，则

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = 1$$

推论 3： $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

推论 4：若 $B \supset A$ ，则 $P(B - A) = P(B) - P(A)$

推论 5（广义加法公式）：

对任意两个事件 A 与 B，有 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

补充——对偶律：

$$\overline{A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n} = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \dots \cap \overline{A_n}$$
$$\overline{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n} = \overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \dots \cup \overline{A_n}$$

典型例题：《综合练习》第二大题之 5、第三大题之 3

§ 1.4 条件概率与乘法法则

条件概率公式：

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \quad (P(B) \neq 0)$$

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \quad (P(A) \neq 0)$$

$$\therefore P(AB) = P(A/B) P(B) = P(B/A) P(A)$$

有时须与 $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ 中的 $P(AB)$ 联系解题。

全概率与逆概率公式：

全概率公式：

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B/A_i)$$

逆概率公式：

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i)P(B/A_i)}{P(B)} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

典型例题：《综合练习》第一大题之 2、3

第二大题之 3、4

第三大题之 4（注意全概率公式和逆概率公式的题型：将试验可看成分为两步做，如果要求第二步某事件的概率，就用全概率公式；如果求在第二步某事件发生条件下第一步某事件的概率，就用逆概率公式。）

§ 1.5 独立试验概型

事件的独立性：

A 与 B 相互独立 $\Leftrightarrow P(AB) = P(A)P(B)$

贝努里公式（ n 重贝努里试验概率计算公式）：课本 P24

另两个解题中常用的结论——

1、定理：有四对事件： A 与 B 、 A 与 $\bar{B}$ 、 $\bar{A}$ 与 B 、 $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ ，如果其中有一对相互独立，则其余三对也相互独立。

2、公式： $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = 1 - P(\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \dots \cdot \bar{A}_n)$

典型例题：《综合练习》第一大题之 4（第二个空答案应为 $\frac{1}{2}$ ）、5、7

第二大题之 8

第三大题之 5

第一章到此结束

第二章 随机变量及其分布

一、关于离散型随机变量的分布问题

1、求分布列：(1)确定各种事件，记为 ξ 写成一行；

(2)计算各种事件概率，记为 p_k 写成第二行。得到的表即为所求的分布列。**注意：应符合性质——**

1、 $p_k \geq 0$ （非负性） 2、 $\sum_k p_k = 1$ （可加性和规范性）

补例 1：将一颗骰子连掷 2 次，以 ξ 表示两次所得结果之和，试写出 ξ 的概率分布。解： Ω 所含样本点数： $6 \times 6 = 36$

所求分布列为：

ξ	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p_k	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

补例 2：一袋中有 5 只乒乓球，编号 1，2，3，4，5，在其中同时取 3 只，以 ξ 表示取出 3 只球中最大号码，试写出 ξ 的概率分布。

解： Ω 所含样本点数： $C_5^3 = 10$

所求分布列为：

ξ	3	4	5
p_k	1/10	3/10	6/10

2、求分布函数 $F(x)$ ：

分布函数

$$F(x) = P\{\xi \leq x\} = \sum_{x_k \leq x} p_k$$

典型例题：《综合练习》第一大题之 10 第一个空 (0.8)，第二大题之 10

二、关于连续型随机变量的分布问题：

$\forall x \in \mathbb{R}$ ，如果随机变量 ξ 的分布函数 $F(x)$ 可写成 $F(x) = \int_{-\infty}^x \phi(x) dx$ ，则 ξ 为连续型。 $\phi(x)$ 称概率密度函数。

解题中应该知道的几个关系式：

$$\phi(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x) dx = 1$$

$$P\{a \leq \xi \leq b\} = P\{a < \xi < b\} = F(b) - F(a) = \int_a^b \phi(x) dx$$

典型例题：《综合练习》第一大题之 6（题目应为 $k=1,2,\dots$ ）、10（两个空答案分别应为 0.8 与 2.3）与 11 第一个空、12

《综合练习》第二大题之 10、11、12、18

《综合练习》第三大题之 6、8、9、10、12

第二章到此结束

第三章 随机变量数字特征

一、求离散型随机变量 ξ 的数学期望 $E\xi=?$

数学期望（均值）

$$E\xi = \sum_k x_k p_k$$

典型例题：《综合练习》第一大题之 10、11

《综合练习》第二大题之 13

二、设 ξ 为随机变量， $f(x)$ 是普通实函数，则 $\eta=f(\xi)$ 也是随机变量，

求 $E\eta=?$

ξ	x_1	x_2	...	x_k
p_k	p_1	p_2	...	p_k
$\eta = f(\xi)$	y_1	y_2	...	y_k

以上计算只要求这种离散型的。

补例 1：设 ξ 的概率分布为：

ξ	-1	0	1	2	$\frac{5}{2}$
p_k	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$

求：(1) $\eta = \xi - 1$ ， $\eta = \xi^2$ 的概率分布；(2) $E\eta$ 。

解：因为

ξ	-1	0	1	2	$\frac{5}{2}$
p_k	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$
$\eta = \xi - 1$	-2	-1	0	1	$\frac{3}{2}$
$\eta = \xi^2$	1	0	1	4	$\frac{25}{4}$

所以，所求分布列为：

$\eta = \xi - 1$	-2	-1	0	1	$\frac{3}{2}$
p_k	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$

和：

$\eta = \xi^2$	1	0	1	4	$\frac{25}{4}$
p_k	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$

当 $\eta = \xi - 1$ 时， $E \eta = E(\xi - 1)$

$$= -2 \times \frac{1}{5} + (-1) \times \frac{1}{10} + 0 \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{3}{10} + \frac{3}{2} \times \frac{3}{10}$$

$$= 1/4$$

当 $\eta = \xi^2$ 时， $E \eta = E \xi^2 = 1 \times \frac{1}{5} + 0 \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{1}{10} + 4 \times \frac{3}{10} + \frac{25}{4} \times \frac{3}{10}$

$$= 27/8$$

三、求 ξ 或 η 的方差 $D\xi = ?$ $D\eta = ?$

实用公式 $D\xi = E\xi^2 - E^2\xi$

其中， $E^2\xi = (E\xi)^2 = \left(\sum_k x_k p_k\right)^2$

$$E\xi^2 = \sum_k x_k^2 p_k$$

补例 2：

ξ	-2	0	2
p_k	0.4	0.3	0.3

求： $E\xi$ 和 $D\xi$

解： $E\xi = -2 \times 0.4 + 0 \times 0.3 + 2 \times 0.3 = -0.2$

$$E\xi^2 = (-2)^2 \times 0.4 + 0^2 \times 0.3 + 2^2 \times 0.3 = 2.8$$

$$D\xi = E\xi^2 - E^2\xi = 2.8 - (-0.2)^2 = 2.76$$

《综练》三之 13 也是该类题

第三章到此结束



第四章 几种重要的分布

常用分布的均值与方差（[同志们解题必备速查表](#)）

名称	概率分布或密度	期望	方差	参数范围
二项分布	$P\{\xi = k\} = C_n^k p^k q^{n-k}$ $(k = 0, 1, 2, \dots, n)$	np	npq	$0 < p < 1$ $q = 1 - p$
正态分布	$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$ $x \in (-\infty, +\infty), \sigma, \mu \text{ 为常数.}$	μ	σ^2	μ 任意 $\sigma > 0$
泊松分布	不要求	λ	λ	$\lambda > 0$
指数分布	不要求	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	$\lambda > 0$

解题中经常需要运用的 $E \xi$ 和 $D \xi$ 的性质（[同志们解题必备速查表](#)）

$E \xi$ 的性质	$D \xi$ 的性质
$E(c) = c$	$D(c) = 0$
$E(\xi \pm \eta) = E\xi \pm E\eta$	若 ξ 、 η 独立，则 $D(\xi \pm \eta) = D\xi + D\eta$
若 ξ 、 η 独立，则 $E(\xi\eta) = E\xi \cdot E\eta$	_____
$E(c\xi) = c \cdot E\xi$	$D(c\xi) = c^2 \cdot D\xi$

典型例题：《综合练习》第一大题之 8（第二个空应为 0.27648）、9（题目应为 $\Phi(\mathbf{x}) = \dots$ 又 e 的指数前面应带负号）、13、14

《综合练习》第二大题之 14、15、16、17

《综合练习》第三大题之 7、11、14、**15**（这四个题目是难点，下些功夫看看，特别 15 题）

第四章到此结束

第八章 参数估计

§ 8.1 估计量的优劣标准（以下可作填空或选择）

(1)若总体参数 θ 的估计量为 $\hat{\theta}$ ，如果对任给的 $\varepsilon > 0$ ，有

$\lim_{n \rightarrow \infty} P\{|\hat{\theta} - \theta| < \varepsilon\} = 1$ ，则称 $\hat{\theta}$ 是 θ 的一致估计；

(2)如果满足 $E(\hat{\theta}) = \theta$ ，则称 $\hat{\theta}$ 是 θ 的无偏估计；

(3)如果 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 均是 θ 的无偏估计，若 $D(\hat{\theta}_1) < D(\hat{\theta}_2)$ ，则称 $\hat{\theta}_1$ 是比 $\hat{\theta}_2$ 有效的估计量。

§ 8.3 区间估计：

几个术语——

1、设总体分布含有一位置参数，若由样本算得的一个统计量

$\hat{\theta}_1(x_1, \dots, x_n)$ 及 $\hat{\theta}_2(x_1, \dots, x_n)$ ，对于给定的 α ($0 < \alpha < 1$) 满足：

$$P\{\hat{\theta}_1(x_1, \dots, x_n) < \theta < \hat{\theta}_2(x_1, \dots, x_n)\} = 1 - \alpha$$

则称随机区间 $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$ 是 θ 的 $100(1 - \alpha)\%$ 的置信区间， $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 称为 θ 的 $100(1 - \alpha)\%$ 的置信下、上限，百分数 $100(1 - \alpha)\%$ 称为置信度。

一、求总体期望（均值） $E\xi$ 的置信区间

1、总体方差 σ^2 已知的类型

①据 α ，得 $\Phi_0(U_\alpha) = 1 - \frac{\alpha}{2}$ ，反查表（课本 P260 表）得临界值 U_α ；

② $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ③ 求 $d = U_\alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ④ 置信区间 $(\bar{x} - d, \bar{x} + d)$

补简例：设总体 $X \sim N(\mu, 0.09)$ 随机取 4 个样本其观测值为 12.6, 13.4, 12.8, 13.2，求总体均值 μ 的 95% 的置信区间。

解：① $\because 1 - \alpha = 0.95, \alpha = 0.05$

$$\therefore \Phi(U_{\alpha}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975, \text{ 反查表得: } U_{\alpha} = 1.96$$

$$\textcircled{2} \bar{X} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 X_i = \frac{1}{4}(12.6 + 13.4 + 12.8 + 13.2) = 13$$

$$\textcircled{3} \because \sigma = 0.3, n=4 \quad \therefore d = U_{\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{0.3}{\sqrt{4}} = 0.29$$

④所以，总体均值 μ 的 $\alpha = 0.05$ 的置信区间为：

$$(\bar{X} - d, \bar{X} + d) = (13 - 0.29, 13 + 0.29) \text{ 即 } (12.71, 13.29)$$

2、总体方差 σ^2 未知的类型（这种类型十分重要！务必掌握！！）

①据 α 和自由度 $n-1$ （ n 为样本容量），查表（课本 P262 表）得 $t_{\alpha}(n-1)$ ；

$$\textcircled{2} \text{ 确定 } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \text{ 和 } s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2$$

$$\textcircled{3} \text{ 求 } d = t_{\alpha}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad \textcircled{4} \text{ 置信区间 } (\bar{x} - d, \bar{x} + d)$$

典型例题：《综合练习》第三大题之 16（综练后附答案，自看）

补例 1：课本 P165 之 11

解：① $\because 1 - \alpha = 0.95, \alpha = 0.05$ ，又 $n=15$ ，自由度 $n-1=14$

$$\therefore \text{查表得, } t_{0.05}(14) = 2.145$$

$$\textcircled{2} \bar{X} = 1950, s = 300$$

$$\textcircled{3} d = t_{\alpha} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 2.145 \times \frac{300}{\sqrt{15}} = 166.28$$

④所以，该批电子管平均寿命 μ 的 $\alpha = 0.05$ 的置信上、下限为：

$$\text{上限} = \bar{X} + d = 1950 + 166.28 = 2116.28 \text{ (小时)}$$

$$\text{下限} = \bar{X} - d = 1950 - 166.28 = 1783.72 \text{ (小时)}$$

注：无特别声明，一般可保留小数点后两位，下同。

二、求总体方差 σ^2 的置信区间

①据 α 和自由度 $n-1$ (n 为样本数)，查表得临界值：

$$\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1) \text{ 和 } \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)$$

②确定 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ 和 $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{X} - x_i)^2$

③上限 $\frac{(n-1)s^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)}$ 下限 $\frac{(n-1)s^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)}$

④置信区间（下限，上限）

典型例题：《综合练习》第一大题之 15、16

《综合练习》第三大题之 18（一个综合性很强的题目，注意看看）

第三大题之 17（此题原书答案有误，全题修正如下）

解：① $\because \alpha = 0.05$ ，又 $n=10$ ，自由度 $n-1=9$

$$\therefore \text{查表得，} \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1) = \chi_{0.025}^2(9) = 19$$

$$\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1) = \chi_{0.975}^2(9) = 2.7$$

② $\bar{X} = \dots\dots\dots$ （这里仍按答案进行，略） $= 575.2$

$$\therefore s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{X} - x_i)^2$$

$\therefore$

$$9s^2 = \sum_{i=1}^{10} (\bar{X} - x_i)^2 = (575.2 - 578)^2 + (575.2 - 572)^2 + (575.2 - 570)^2 + (575.2 - 568)^2$$

$$+ (575.2 - 572)^2 + (575.2 - 570)^2 + (575.2 - 572)^2 + (575.2 - 596)^2 + (575.2 - 584)^2 + (575.2 - 570)^2 = 681.6$$

$$\textcircled{3} \text{ 上限 } \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)} = \frac{9s^2}{\chi^2_{0.975}(9)} = \frac{681.6}{2.7} = 252.44$$

$$\text{下限 } \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)} = \frac{9s^2}{\chi^2_{0.025}(9)} = \frac{681.6}{19} = 35.87$$

④所以，总体方差 σ^2 的置信度为 0.95 的置信区间为
(35.87, 252.44)

补例 1: 课本 P166 之 16 已知某种木材横纹抗压力的实验值服从正态分布，对 10 个试件作横纹抗压力试验得数据如下（单位：kg/cm²）：

482	493	457	471	510
446	435	418	394	469

试对该木材横纹抗压力的方差进行区间估计（ $\alpha = 0.04$ ）。

解：① $\because \alpha = 0.04$ ，又 $n=10$ ，自由度 $n-1=9$

$$\therefore \text{查表得，} \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) = \chi^2_{0.02}(9) = 19.7$$

$$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) = \chi^2_{0.98}(9) = 2.53$$

$$\textcircled{2} \bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = \frac{1}{10} (482 + 493 + \dots + 469) = 457.5$$

$$s^2 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (\bar{X} - x_i)^2 = \frac{1}{9} [(457.5 - 482)^2 + (457.5 - 493)^2 + \dots + (457.5 - 469)^2] \\ = 1240.28$$

$$\textcircled{3} \text{ 上限 } \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)} = \frac{9s^2}{\chi^2_{0.98}(9)} = \frac{9 \times 1240.28}{2.53} = 4412.06$$

$$\text{下限 } \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)} = \frac{9s^2}{\chi^2_{0.02}(9)} = \frac{9 \times 1240.28}{19.7} = 566.63$$

④所以，所求该批木材横纹抗压力的方差的置信区间为(566.63, 4412.06)

第八章到此结束



第九章 假设检验

必须熟练掌握一个正态总体假设检验的执行标准

四种类型：P169（熟练掌握类型(2)、(3)）

一般思路：

- 1、提出待检假设 H_0
- 2、选择统计量
- 3、据检验水平 α ，确定临界值
- 4、计算统计量的值
- 5、作出判断

检验类型(2)：未知方差 σ^2 ，检验总体期望(均值) μ

①根据题设条件，提出 $H_0: \mu = \mu_0$ (μ_0 已知)；

②选择统计量 $|T| = \left| \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \right| \sim t(n-1)$ ；

③据 α 和自由度 $n-1$ (n 为样本容量)，查表(课本 P262 表)得 $t_\alpha(n-1)$ ；

④由样本值算出 $\bar{X} = ?$ 和 $s = ?$ 从而得到 $|T_0| = \left| \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \right|$ ；

⑤作出判断

$$\begin{cases} \text{若 } |T_0| < t_\alpha(n-1), \text{ 则接受 } H_0 \\ \text{若 } |T_0| > t_\alpha(n-1), \text{ 则拒绝 } H_0 \end{cases}$$

典型例题：《综合练习》第三大题之 20 补例：对一批新的某种液体的存贮罐进行耐裂试验，抽查 5 个，得到爆破压力的数据（公斤/寸²）为：545，545，530，550，545。根据经验爆破压认为是服从正态分布的，而过去该种液体存贮罐的平均爆破压力为 549 公斤/寸²，问

这种新罐的爆破压与过去有无显著差异？（ $\alpha=0.05$ ）

解： $H_0: \mu = 549$

$$\text{选择统计量 } |T| = \left| \frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}} \right| \sim t(n-1)$$

$$\because \alpha=0.05, n-1=4, \therefore \text{查表得: } t_{0.05}(4)=2.776$$

$$\text{又} \because \bar{X} = \frac{1}{5}(545 + \dots + 545) = 543$$

$$s^2 = \frac{1}{4}[(545 - 543)^2 + \dots + (543 - 543)^2] = 57.5$$

$$\therefore |T_0| = \left| \frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}} \right| = \left| \frac{543 - 549}{\sqrt{57.5} / \sqrt{5}} \right| = 1.77 < 2.776$$

$\therefore$ 接受假设，即认为该批新罐得平均保爆破压与过去的无显著差异。

检验类型(3): 未知期望(均值) μ ，检验总体方差 σ^2

① 根据题设条件，提出 $H_0: \sigma = \sigma_0$ (σ_0 已知)；

② 选择统计量 $\chi^2(n-1) = \left| \frac{(n-1) \cdot s^2}{\sigma^2} \right|$ ；

③ 据 α 和自由度 $n-1$ (n 为样本容量)，查表（课本 P264 表）得临界值： $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ 和 $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ ；

④ 由样本值算出 $\bar{X} = ?$ 和 $s = ?$ 从而得到 $\chi_0^2(n-1) = \left| \frac{(n-1) \cdot s^2}{\sigma^2} \right|$ ；

⑤ 若 $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) < \chi_0^2(n-1) < \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ 则接受假设，否则拒绝！

典型例题：《综合练习》第三大题之 19、21

补例：某厂生产铜丝的折断力在正常情况下服从正态分布，折断力方差 $\sigma^2=64$ ，今从一批产品中抽 10 根作折断力试验，试验结果（单位：

公斤)：578, 572, 570, 568, 572, 570, 572, 596, 584, 570。 是否可相信这批铜丝折断力的方差也是 64? ($\alpha=0.05$)

解： $H_0: \sigma=64$

$$\text{选择统计量 } \chi^2(n-1) = \left| \frac{(n-1) \cdot s^2}{\sigma^2} \right|$$

$\because \alpha=0.05, n-1=9, \therefore$ 查表得：

$$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) = \chi^2_{0.975}(9) = 2.7$$

$$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) = \chi^2_{0.025}(9) = 19$$

$$\text{又 } \because \bar{X} = \frac{1}{10}(578 + \dots + 570) = 575.2$$

$$s^2 = \frac{1}{9}[(575.2 - 578)^2 + \dots + (575.2 - 570)^2] = 75.73$$

$$\therefore \chi^2_0(n-1) = \frac{9 \times 75.73}{64} = 10.65$$

$$\therefore \chi^2_{0.975}(9) = 2.7 < \chi^2_0(n-1) = 10.65 < \chi^2_{0.025}(9) = 19$$

$\therefore$ 接受假设，即认为这批铜丝折断力的方差也是 64。

第九章到此结束

第十一章 回归分析

掌握求变量 y 相对于变量 x 的回归直线方程即可：

① 计算 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ 和 $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$

② 计算 $L_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ 和 $L_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}$

（如果题目已经告诉 L_{xx} 和 L_{xy} 的值，则不必自己计算）

③ 求回归系数

$$\hat{b} = \frac{L_{xy}}{L_{xx}}$$
$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

④ 写出回归直线方程：

$$\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}_x$$

典型例题：《综合练习》第三大题之 22、23

第十一章到此结束

南邮印发《综合练习题与答案》

P7—13 “习题答案及解答” 部分错误之修正

一、填空题部分答案修正：（红色为修正后的正确答案）

4、0.3, **0.5**

8、**0.27648**

10、**0.8, 2.3**

二、单项选择题部分答案修正：（红色为修正后的正确答案）

1、**C**

三、计算题

8、该题解的第三行“ $4 \leq x < 5$ ”错误，正确应为 $4 \leq x < \mathbf{7}$ 。同样道理，以下均须改正：第三行“ $x \geq 5$ ”错误，正确应为 $x \geq \mathbf{7}$ ； $\{\xi = 5\}$ 错误，正确应为 $\{\xi = \mathbf{7}\}$ 。最后结论的 $F(x)$ 中的“ $4 \leq x < 5$ ”和“ $x \geq 5$ ”也应当分别更正为 $4 \leq x < \mathbf{7}$ 和 $x \geq \mathbf{7}$ 。

13、(2)原来的 $E \eta = \sum_{i=1}^3 y_i p_i$ 有误，应为 $E \eta = \sum_{i=1}^3 \eta_i p_i$

17、该题全面修正见上面第八章复习内容

18、见 P11 倒数第三行， $\chi_{0.975}^2(15)$ 前面应注明序号**(2)**，表示解答第二个问题；因为倒数第五行已经注明了序号(1)，表示解答第一个问题。另外，倒数第一行中间的 $=0.95$ 应改为 **$=0.95$** 。

21、计算 χ_0^2 的式子中 652.8 是错误的，应按题目给的数字 **625.8** 计算，正确的计算式子是 $\chi_0^2 = \dots = \frac{625.8}{8^2} = \mathbf{9.78}$ ，其余不需要更改。

22、该题部分符号有误，且公式不够详细，全题修正（或补充）如下：

解：计算得 $\bar{x}=3$, $\bar{y}=4.2$

$$L_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y} = (6+10+10.5+17.5+22) - 5 \times 3 \times 4.2 = 3$$

$$L_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = (2-3)^2 + (2.5-3)^2 + (3-3)^2 + (3.5-3)^2 + (4-3)^2 = 1^2 + 0.5^2 + 0^2 + 0.5^2 + 1^2 = 2.5$$

$$\text{故 } \hat{b} = \frac{L_{xy}}{L_{xx}} = \frac{3}{2.5} = 1.2$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 4.2 - 1.2 \times 3 = 0.6$$

故所求回归直线方程为： $\hat{y} = 0.6 + 1.2x$

23、该题部分数字计算有误，全题修正如下：

$$\text{解：} \because \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{11} (5 + 10 + 15 + \dots + 120) = \frac{510}{11} = 46.4$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{1}{11} (6 + 10 + 10 + \dots + 46) = \frac{214}{11} = 19.5$$

计算得： $L_{xx} = 13104.56$, $L_{xy} = 3957.2$,

$$\therefore \hat{b} = \frac{L_{xy}}{L_{xx}} = \frac{3957.2}{13104.56} = 0.302$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 19.5 - 0.302 \times 46.4 = 5.49$$

所以所求回归直线方程为： $\hat{y} = 5.49 + 0.302x$

复习参考资料到此结束